CORRIGE DE L'EXAMEN DE METROLOGIE 2002 1ERE ANNEE

Durée : 2 heures ; une calculatrice électronique autorisée ; tout document et téléphone portable interdits.

I. UN ETALONNAGE

A. VALIDATION DE LA METHODE SUR UNE VALEUR.

1. Une telle série de mesurages est effectuée dans des conditions de **répétabilité**.

2. Le résultat de la mesure est la moyenne des 10 valeurs obtenues : $\underline{E = 0.9992\ \text{V}}$.

3. La distribution est supposée gaussienne. En prenant l'incertitude U_e à 2 fois l'écart-type $\sigma_e = 247\ \mu\text{V}$, on assure qu'environ 95 % des mesures possibles sont dans l'intervalle de confiance : $\underline{U_e = 494\ \mu\text{V}}$.

4. Résultat de la mesure : $\underline{E = 999.2 \pm 0.3\ \text{mV}}$

5. Incertitude relative : $\underline{U_e/e = 4.9\ 10^{-4}}$.

6. L'appareil de mesure présente une erreur systématique d'environ 0.8 mV, il n'est donc ni exact (écart à l'étalon) ni juste (l'écart est systématique). Par contre, il est fidèle (les valeurs obtenues sont proches les unes des autres).

7. Un tel résultat, une valeur très voisine, une incertitude proche, montre que la méthode est reproductible.

II. LES DIMENSIONS DE CONSTANTES UNIVERSELLES

A. CONSTANTE DE PLANCK

La dimension d'une énergie peut nous être donnée par l'équivalence masse-énergie de la relativité générale :

$E = m\,c^2$. soit donc $[E] = M\,L^2\,T^{-2}$ (unité : le Joule). λ est une longueur d'onde : $[\lambda] = L$.

$h = \dfrac{E\,\lambda}{c}$, soit donc $[h] = M\,L^2\,T^{-2}\,L\,L^{-1}\,T$

$$\text{d'où : } \boxed{[h] = M\,L^2\,T^{-1}} = [E]\,T \text{ (unité : Js = kg m}^2\text{ s}^{-1}\text{))}$$

B. PERMITTIVITE DIELECTRIQUE DU VIDE

$4\,\pi$ est sans dimension. Une charge électrostatique égale le produit d'un courant par un temps : $[q] = I\,T$.
Une force est le produit d'une masse par une accélération : $[f] = M\,L\,T^{-2}$.

$\varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\,\pi}\dfrac{q\,q'}{f\,r^2}$ soit donc $[\varepsilon_0] = I^2\,T^2\,M^{-1}\,L^{-1}\,T^2\,L^{-2}$

$$\text{d'où : } \boxed{[\varepsilon_0] = I^2\,T^4\,M^{-1}\,L^{-3}} \text{ (unité : A}^2\text{ s}^4\text{ kg}^{-1}\text{ m}^{-3}\text{)}$$

III. LE REFRACTOMETRE DE PULFRICH

1 $n = \sqrt{N^2 - \sin^2\alpha} \quad \Rightarrow \quad \underline{n = 1.37563}$

2 $n^2 = N^2 - \sin^2\alpha \quad \Rightarrow \quad 2n\,dn = 2N\,dN - 2\sin\alpha\cos\alpha\,d\alpha \quad \Rightarrow \quad \boxed{dn = \frac{N}{n}dN - \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{n}d\alpha}$

3 Si nous supposons les distributions normale (gaussiennes) et prenons les coefficients d'élargissement tous égaux à 2 ($k_n = k_N = k_\alpha = 2$), nous obtenons :

$$\boxed{U_n = \sqrt{\left(\frac{N}{n}\right)^2 U_N^2 + \left(\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{n}\right)^2 U_\alpha^2}}$$

4 $\underline{U_n = 1.1855\ 10^{-3}}$ soit donc : $\underline{n = 1.376 \pm 0.002}$ ou bien : $n = 1.3756 \pm 0.0012$

5 $\underline{\frac{U_n}{n} = 862\ 10^{-6}}$.

IV. UN TRANSFORMATEUR ELECTRIQUE

Le rapport de transformation T d'un transformateur électrique est donné par la relation suivante :

$$T = \frac{S_2}{S_1}\frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

Avec : $S_1 = 10.0 \pm 0.2$ mΩ
$S_2 = 10.0 \pm 0.2$ mΩ
$R_1 = 10.0 \pm 0.1$ kΩ
$R_2 = 10.0 \pm 0.1$ kΩ

1 $\underline{T = 2.00}$

2 $\frac{dT}{T} = \frac{dS_1}{S_1} - \frac{dS_2}{S_2} + \frac{d(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2} - \frac{dR_1}{R_1} \quad \Rightarrow \quad \ldots \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{dT}{T} = \frac{dS_1}{S_1} - \frac{dS_2}{S_2} + \frac{dR_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_2}{R_1 + R_2}\frac{dR_1}{R_1}}$

3 Si nous supposons les distributions normale (gaussiennes) et prenons les coefficients d'élargissement tous égaux à 2 ($k_T = k_{S1} = k_{S2} = k_{R1} = k_{R2} = 2$), nous obtenons :

$$\boxed{U_T = T\sqrt{\left(\frac{U_{S1}}{S_1}\right)^2 + \left(\frac{U_{S2}}{S_2}\right)^2 + \left(\frac{U_{R2}}{R_1 + R_2}\right)^2 + \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\frac{U_{R1}}{R_1}\right)^2}}$$

4 $\underline{U_T = 58.3\ 10^{-3}}$. soit donc : $\underline{T = 2.00 \pm 0.06}$ ou bien : $T = 2.000 \pm 0.058$

5 $\underline{\frac{U_T}{T} = 29.15\ 10^{-3}}$.
