

## EXAMEN DE METROLOGIE

Durée : 2 heures ; une calculatrice électronique autorisée ; tout documents et téléphones portables interdits.

**Vous rendrez l'exercice II sur une copie indépendante.**

### I. ÉNUMÉRATION DES SOURCES D'INCERTITUDES

1. Pour organiser leur énumération, les sources d'incertitudes sont classées suivant la méthode dite des "5 M". Rappelez à quoi correspond chacun de ce 5 "M"

### II. MESURE DU MODULE DE RIGIDITE D'UN METAL

La raideur  $k$  d'un ressort dépend de sa configuration géométrique et de la rigidité de l'acier selon la relation :

$$k = \frac{G_a d^4}{8nD^3}$$

avec :  $G_a$ : module de rigidité de l'acier

$d$  : épaisseur du fil constituant le ressort

$D$  : diamètre moyen des spires

$n$  : nombre de spires

La mesure de  $k$  et des paramètres géométriques du ressort permet une détermination de  $G_a$ .

- 1) Equation aux dimensions de  $G_a$ .

Donner l'unité de  $G_a$  en utilisant l'unité de pression dérivée du SI.

Rappel : la raideur d'un ressort est définie par  $F = k(l-l_0)$  où  $F$  est une force appliquée au ressort et  $(l-l_0)$  son allongement.

- 2) Calcul littéral de l'incertitude-type relative :  $\frac{u_{G_a}}{G_a}$ ,

puis, en considérant le même facteur d'élargissement pour toutes les variables,

exprimer l'incertitude relative:  $\frac{U_{G_a}}{G_a}$

- 3)  $D$  est déterminé par les mesures du diamètre extérieur  $D_e$  et du diamètre intérieur  $D_i$ , effectuées au pied à coulisse, dont le vernier est gradué au 1/50 mm (incertitude = 1 graduation du vernier):  $D = \frac{D_e + D_i}{2}$ .

On a mesuré :  $D_i = 10,84$  mm ;  $D_e = 12,02$  mm

Exprimer l'incertitude-type  $u_D$ . Calculer  $D$  et  $U_D$ .

- 4) Calculer  $G_a$  et  $U_{G_a}$ . Présenter  $G_a \pm U_{G_a}$ .

Mesures :  $k = 11,4 \pm 0,1$  N.m<sup>-1</sup> ;  $d = 0,59 \pm 0,01$  mm ;  
On a compté 68 spires, nombre supposé sans erreur.

- 5) Quel est le mesurande qui contribue le plus à l'incertitude ?

### III. TRIANGULATION TERRESTRE

La triangulation est une méthode éprouvée pour déterminer la distance à vol d'oiseau entre deux points élevés du paysage. Dans nos contrées, ce sont les clochers ou les châteaux d'eau qui sont le plus souvent utilisés comme points hauts.

Soit à établir la distance  $a$  entre les villages de Auchastel (A) et Bazincourt (B). La distance entre B et un troisième village, Cailleville (C), est connue :  $b = 5631 \pm 3$  m.

A partir de B, les axes de visée vers A et C forment un angle

$$\beta = 71^\circ 23' 12'' \pm 30''$$

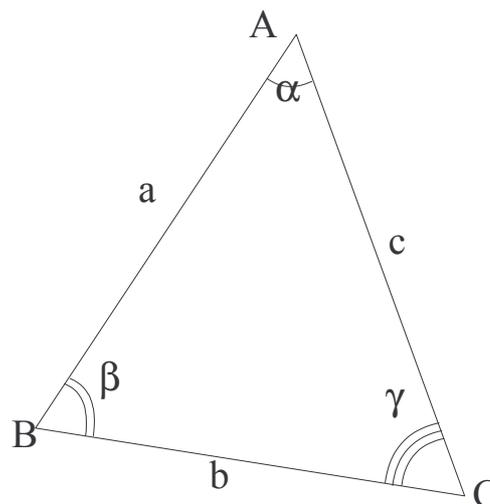
A partir de C, les axes de visée vers A et B forment un angle

$$\gamma = 82^\circ 26' 30'' \pm 30''$$

Vous admettez l'hypothèse de distributions statistiques normales (gaussiennes) pour toutes les variables.

Les propriétés suivantes des triangles vous sont rappelées :

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi \quad \text{et} \quad \frac{\sin \alpha}{b} = \frac{\sin \gamma}{a} = \frac{\sin \beta}{c}$$



1. Dressez un tableau à 9 colonnes et (au moins) 6 lignes, dans lequel vous placerez les résultats numériques au fur et à mesure que vous les obtiendrez :

grandeur	unités	variable $x$	valeur	distrib.	élargiss. $k_x$	incertitude $U_x$	inc.-type $u_x$	inc.-type relative $u_x/x$
base	mètres	$b$	5631	normale	2			
angle à gauche	radians	$\beta$		normale				
angle à droite								
ang. au sommet								
distance								

- Exprimez et calculez  $\alpha$ .
- Exprimez la différentielle totale de  $\alpha$ .
- Exprimez l'incertitude-type  $u_\alpha$ . Calculez l'incertitude élargie  $U_\alpha$ .
- Présentez  $\alpha \pm U_\alpha$  en radians et en degrés.
- Exprimez et calculez  $a$ .
- Exprimez la différentielle logarithmique de  $a$ .
- Exprimez  $u_a/a$ . Calculez  $U_a$ .
- Présentez  $a \pm U_a$ .