

EXAMEN DE METROLOGIE

Durée : 2 heures ; une calculatrice électronique autorisée ; tout documents et téléphones portables interdits.

Vous rendrez l'exercice II sur une copie indépendante.

I. ÉNUMÉRATION DES SOURCES D'INCERTITUDES

1. Pour organiser leur énumération, les sources d'incertitudes sont classées suivant la méthode dite des "5 M". Rappelez à quoi correspond chacun de ce 5 "M"

II. MESURE DU MODULE DE RIGIDITE D'UN METAL

La raideur k d'un ressort dépend de sa configuration géométrique et de la rigidité de l'acier selon la relation :

$$k = \frac{G_a d^4}{8nD^3}$$

avec : G_a : module de rigidité de l'acier

d : épaisseur du fil constituant le ressort

D : diamètre moyen des spires

n : nombre de spires

La mesure de k et des paramètres géométriques du ressort permet une détermination de G_a .

- 1) Equation aux dimensions de G_a .

Donner l'unité de G_a en utilisant l'unité de pression dérivée du SI.

Rappel : la raideur d'un ressort est définie par $F = k(l-l_0)$ où F est une force appliquée au ressort et $(l-l_0)$ son allongement.

- 2) Calcul littéral de l'incertitude-type relative : $\frac{u_{G_a}}{G_a}$,

puis, en considérant le même facteur d'élargissement pour toutes les variables,

exprimer l'incertitude relative: $\frac{U_{G_a}}{G_a}$

- 3) D est déterminé par les mesures du diamètre extérieur D_e et du diamètre intérieur D_i , effectuées au pied à coulisse, dont le vernier est gradué au 1/50 mm (incertitude = 1 graduation du vernier): $D = \frac{D_e + D_i}{2}$.

On a mesuré : $D_i = 10,84$ mm ; $D_e = 12,02$ mm

Exprimer l'incertitude-type u_D . Calculer D et U_D .

- 4) Calculer G_a et U_{G_a} . Présenter $G_a \pm U_{G_a}$.

Mesures : $k = 11,4 \pm 0,1$ N.m⁻¹ ; $d = 0,59 \pm 0,01$ mm ;
On a compté 68 spires, nombre supposé sans erreur.

- 5) Quel est le mesurande qui contribue le plus à l'incertitude ?

III. TRIANGULATION TERRESTRE

La triangulation est une méthode éprouvée pour déterminer la distance à vol d'oiseau entre deux points élevés du paysage. Dans nos contrées, ce sont les clochers ou les châteaux d'eau qui sont le plus souvent utilisés comme points hauts.

Soit à établir la distance a entre les villages de Auchastel (A) et Bazincourt (B). La distance entre B et un troisième village, Cailleville (C), est connue : $b = 5631 \pm 3$ m.

A partir de B, les axes de visée vers A et C forment un angle

$$\beta = 71^\circ 23' 12'' \pm 30''$$

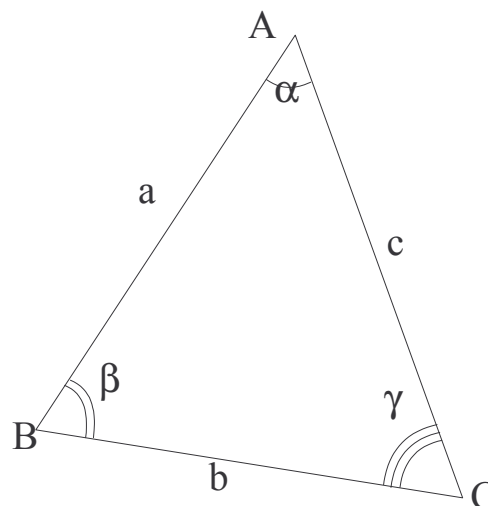
A partir de C, les axes de visée vers A et B forment un angle

$$\gamma = 82^\circ 26' 30'' \pm 30''$$

Vous admettez l'hypothèse de distributions statistiques normales (gaussiennes) pour toutes les variables.

Les propriétés suivantes des triangles vous sont rappelées :

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi \quad \text{et} \quad \frac{\sin \alpha}{b} = \frac{\sin \gamma}{a} = \frac{\sin \beta}{c}$$



1. Dressez un tableau à 9 colonnes et (au moins) 6 lignes, dans lequel vous placerez les résultats numériques au fur et à mesure que vous les obtiendrez :

grandeur	unités	variable x	valeur	distrib.	élargiss. k_x	incertitude U_x	inc.-type u_x	inc.-type relative u_x/x
base	mètres	b	5631	normale	2			
angle à gauche	radians	β		normale				
angle à droite								
ang. au sommet								
distance								

- Exprimez et calculez α .
- Exprimez la différentielle totale de α .
- Exprimez l'incertitude-type u_α . Calculez l'incertitude élargie U_α .
- Présentez $\alpha \pm U_\alpha$ en radians et en degrés.
- Exprimez et calculez a .
- Exprimez la différentielle logarithmique de a .
- Exprimez u_a/a . Calculez U_a .
- Présentez $a \pm U_a$.