

## EXAMEN DE METROLOGIE

Durée : 2 heures ; une calculatrice électronique munie de fonctions statistiques est indispensable ;  
les téléphones portables sont interdits ; tous les documents sont interdits.

**Vous rendrez les parties III et IV sur des copies indépendantes.**

### I. QUESTIONS DE COURS

1. Qu'est-ce que la résolution d'une méthode de mesure ?
2. Quelle différence faites-vous entre un essai de répétabilité et un essai de reproductibilité ?
3. Qu'est-ce qu'un étalon raccordé ?
4. Comment désigne-t-on l'incertitude associée à un raccordement ? à un essai de répétabilité ? à une évaluation locale ?

### II. CALCULS DIMENSIONNELS

#### a. Mesure de viscosité par écoulement capillaire

Les lois de l'écoulement des liquides sont données par la relation de Poiseuille :  $\frac{V}{t} = \frac{\pi P r^4}{8 \eta L}$

avec V le volume qui s'écoule durant le temps t sous une différence de pression P à travers un tube de rayon intérieur r et de longueur L.  $\eta$  est le coefficient de viscosité.

#### b. Mesure de viscosité par glissement relatif

Le fluide étudié est contenu dans un creuset cylindrique qui tourne à la vitesse angulaire  $\omega$  constante. Un plongeur cylindrique est suspendu par un fil de torsion dans l'axe central du creuset. La viscosité est obtenue par mesure du moment du couple qui s'exerce sur le plongeur  $M = C \alpha$ , avec C constante de torsion du fil et  $\alpha$  angle que fait le plongeur par rapport à sa position de repos. La viscosité s'écrit alors :  $\eta = K \alpha / \omega$

#### c. Questions

5. Établissez l'équation aux dimensions d'une pression, puis celle de  $\eta$ .
6. Établissez l'équation aux dimensions d'un moment, puis celle de C.
7. Établissez l'équation aux dimensions de K.

### III. CRISTALLOGRAPHIE

Le volume V de la maille d'un cristal monoclinique s'écrit :  $V = a b c \sin \beta$  où a, b et c désignent les longueurs des vecteurs de base du réseau monoclinique et  $\beta$  est l'angle formé par les vecteurs  $\vec{a}$  et  $\vec{c}$

8. Quelle est, d'après vous la méthode la plus adaptée pour établir les coefficients de la différentielle de V ?
9. Établissez les dérivées partielles de V :  $\frac{\partial V}{\partial a}$ ,  $\frac{\partial V}{\partial b}$ ,  $\frac{\partial V}{\partial c}$  et  $\frac{\partial V}{\partial \beta}$ , calculez-les et précisez leurs unités.
10. Déduisez-en l'expression de l'incertitude-type  $u_V$  sur le volume V en fonction de ce volume V, des mesurandes a, b, c et  $\beta$  et des incertitudes-types  $u_a$ ,  $u_b$ ,  $u_c$  et  $u_\beta$  portant sur ces paramètres.
11. Complétez le tableau de travail proposé listant les mesurandes et comportant les incertitudes-types de chaque mesurande, les coefficients d'élargissement, les dérivées partielles et les contributions à l'incertitude-type sur V.

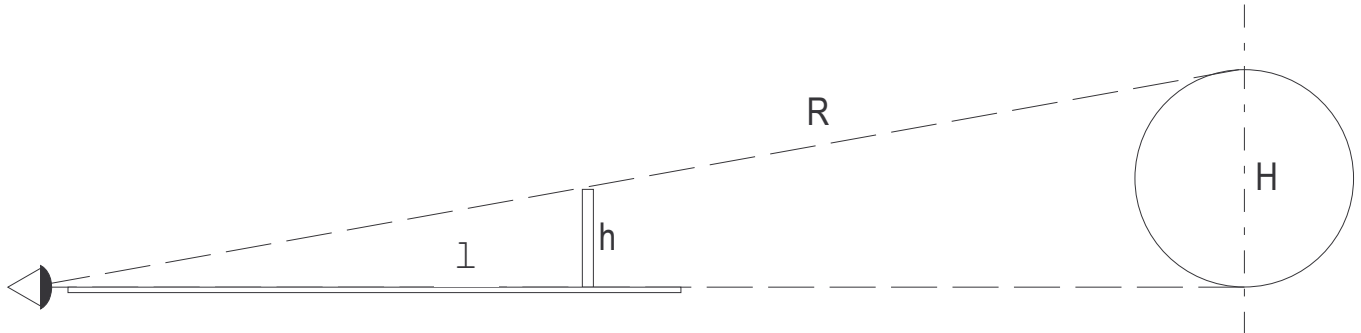
$a = (8.578 \pm 0.003) 10^{-10} \text{ m}$	$b = (10.211 \pm 0.003) 10^{-10} \text{ m}$
$c = (10.239 \pm 0.004) \text{ \AA}$	$\beta = (10.21 \pm 0.02)^\circ$

a, b et c ont des distributions gaussiennes à 68,3% de confiance.  $\beta$  a une distribution uniforme.

12. Calculez V et  $U_V$ .
13. Écrivez le résultat numérique  $V \pm U_V$ .

#### IV. MESURE DU DIAMETRE DE LA LUNE

La méthode consiste, à masquer la lune, avec un disque de diamètre connu, puis de mesurer la distance entre l'observateur et le disque. La distance de la lune est connue et son diamètre s'en déduit par application du théorème de Thalès. L'observation est réalisée une nuit de pleine lune lorsque l'astre est au zénith de manière à minimiser les déformations de son image par l'atmosphère.



**Schéma de la méthode de mesure :  $h$  diamètre du disque utilisé.  $H$  diamètre de la lune.  
 $R$  distance de la terre à la lune.  $l$  distance de l'observateur au disque**

Le disque utilisé est une pièce de 2€ . Son diamètre a été mesuré au pied à coulisse au 50<sup>ème</sup> (de mm). L'étalonnage du pied à coulisse indique que l'incertitude d'une mesure avec cet instrument est de 35 $\mu$ m avec une distribution gaussienne à 95% de confiance. Un essai de répétabilité a donné les valeurs suivantes pour  $h$  :

25.74mm	25.76mm	25.72mm	25.76mm	25.76mm
---------	---------	---------	---------	---------

14. Calculez  $h$  et écrivez-le correctement avec son incertitude. Celle-ci est la composition de l'étalonnage du pied à coulisse et de l'incertitude de répétabilité.

L'orbite de la lune l'amène au plus près (périgée) à 356675km de la terre et au plus loin (apogée) à 406720km. Nous considérerons cet écart comme l'intervalle de confiance de la mesure de  $R$ , distance moyenne de la terre à la lune. La dispersion des valeurs de  $R$  dans cet intervalle est uniforme.

15. Calculez  $R$  et écrivez-le correctement avec son incertitude.

La distance  $l$  entre l'observateur et le disque est mesurée sur la tige support, graduée avec une résolution de 1mm. La mesure donne :  $l = 2827.5 \pm 0.5$  mm avec une distribution gaussienne à 95% de confiance

Rappelons que le théorème de Thalès permet d'écrire :  $l \cdot H = R \cdot h$

16. Calculez  $H$

17. Par la méthode qui vous semblera adaptée, établissez les dérivées partielles de  $H$ . Calculez leurs valeurs numériques, précisez leurs unités

18. Complétez le tableau de travail proposé, qui liste les mesurandes et comportant les incertitudes-types de chaque mesurande, les coefficients d'élargissement, les dérivées partielles et les contributions à l'incertitude-type sur  $H$ .

19. Calculez  $U_H$ , l'incertitude élargie sur  $H$ . Ecrivez correctement  $H$  et son incertitude.

20. Quelle est la source d'incertitude la plus importante dans le calcul de  $U_H$  ?

21. Proposez une amélioration de la méthode pour réduire cette source.

N° de table :	Nom, Prénom :
---------------	---------------

## I. QUESTIONS DE COURS

1. résolution :
Plus petit écart entre deux GRADUATIONS d'un instrument de mesure. Pour un affichage numérique, les termes de POINT, de CHIFFRE ou d'ECHELON sont employés
2. répétabilité / reproductibilité
Répétabilité : "Étroitesse de l'accord entre les résultats des mesurages* successifs du même mesurand*, tous les mesurages étant effectués dans la totalité des mêmes conditions de mesure". Ces conditions sont appelées "Conditions de répétabilité"
Reproductibilité : "Étroitesse de l'accord entre les résultats des mesurages du même mesurand*, mesurages effectués en faisant varier les conditions de mesure."
3. raccordement :
La chaîne ininterrompue de comparaisons est appelée "chaîne de raccordement aux étalons" ou "chaîne d'étalonnage". Elle comprend : L'instrument de mesure, l'étalon de travail, l'étalon de référence, l'étalon de transfert, l'étalon national, l'étalon international.
4. types d'incertitudes
MÉTHODE DE TYPE A Fondée sur l'application de la statistique (principalement utilisée pour quantifier les incertitudes* de répétabilité* et de reproductibilité*).
MÉTHODE DE TYPE B Liée à la maîtrise locale du mesurage* (résolution, facteurs d'influence,...)
MÉTHODE DE TYPE BR Liée à la maîtrise du raccordement* (certificats d'étalonnage,...)

## II. CALCULS DIMENSIONNELS

5. pression ; $\eta$
Une pression est une force rapportée à une surface : $P = F/S$ elle s'exprime en pascal (Pa)
Une force est une accélération multipliée par une masse : $F = mg \Rightarrow [N] = M L T^{-2}$
$\Rightarrow [Pa] = M L T^{-2}/L^2 \Rightarrow [Pa] = M L^{-1} T^{-2}$
La relation de Poiseuille permet d'écrire : $\eta = \frac{\pi P r^4 t}{8 V L}$ avec $\delta$ et $\pi$ des constantes sans dimension.
L'équation aux dimensions correspondante est $[\eta] = M L^{-1} T^{-2} L^4 T / L^4 \Rightarrow [\eta] = M L^{-1} T^{-1}$ (unité : $kgm^{-1}s^{-1}$ )
6. moment ; C
Un moment est une force multipliée par une longueur : $[M] = M L^2 T^{-2}$
L'angle $\alpha$ est dans dimension, aussi C a la dimension d'un moment : $[C] = M L^2 T^{-2}$
7. K
L'équation de la viscosité permet d'écrire : $K = \eta \omega / \alpha$ avec $\alpha$ sans dimension et $\omega$ homogène à une fréquence
Soit donc $[K] = M L^{-1} T^{-2}$

N° de table :	Nom, Prénom :
---------------	---------------

### III. CRISTALLOGRAPHIE

8. Meilleure méthode :  
La méthode produisant le moins de calcul et le moins de manipulations de la calculatrice est la différentielle logarithmique :

$$\frac{dV}{V} = \frac{da}{a} + \frac{db}{b} + \frac{dc}{c} + \frac{d(\sin\beta)}{\sin\beta} = \frac{da}{a} + \frac{db}{b} + \frac{dc}{c} + \frac{\cos\beta}{\sin\beta} d\beta$$

9.

$V'_a$  $\frac{\partial V}{\partial a} = \frac{V}{a} = 18,53 \text{ \AA}^2$	$V'_b$  $\frac{\partial V}{\partial b} = \frac{V}{b} = 15,57 \text{ \AA}^2$
$V'_c$  $\frac{\partial V}{\partial c} = \frac{V}{c} = 15,53 \text{ \AA}^2$	$V'_\beta$  $\frac{\partial V}{\partial \beta} = \frac{V}{\text{tg}(\beta)} = 882,6 \text{ \AA}^3$

10. 
$$u_V = \sqrt{\left(\frac{V u_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{V u_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{V u_c}{c}\right)^2 + \left(\frac{V u_\beta}{\text{tg}(\beta)}\right)^2}$$

11.

Grandeur_x	Valeur	unité	Ux	kx	ux	V'x	uVx
a	8,5780E-10	m	3,000E-13	1	3,000E-13	1,853E-19	5,560E-32
b	1,0211E-09	m	3,000E-13	1	3,000E-13	1,557E-19	4,671E-32
c	1,0239E-09	m	4,000E-13	1	4,000E-13	1,553E-19	6,210E-32
beta	1,7820E-01	rd	3,491E-04	1,7321	2,015E-04	8,826E-28	1,779E-31
V	1,5897E-28	m <sup>3</sup>	4,038E-31	2	2,019E-31		

12. $V = 158,97 \text{ \AA}^3$	$U_V = 0,4038 \text{ \AA}^3$
--------------------------------	------------------------------

13.  $V \pm U_V = 158,97 \pm 0,41 \text{ \AA}^3$

N° de table :	Nom, Prénom :
---------------	---------------

#### IV. MESURE DU DIAMETRE DE LA LUNE

14. $h =$	$U_h =$
$h \pm U_h =$	

15. $R =$	$U_R =$
$R \pm U_R =$	

16. $H =$
-----------

17.

dH ou dH/H :	$H'_h$
$H'_l$	$H'_R$

18.

grandeur x	Valeur (unité)	Incertitude $U_x$	Élargissement $k_x$	Incert.-type $u_x$	coefficients $H'_x$	Incert.-type sur H due à x
h						
R						
l						

H				
---	--	--	--	--

19. $H \pm U_H =$
20. Principale source d'incertitude :
21. Amélioration :